УДК 622.648.22

В.Н. Потураев, В.Д. Мельничук, Б.А Блюсс

ДВУХСЛОЙНОЕ НЕРАВНОМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ РАЗЛИЧНОЙ ПЛОТНОСТИ В ПЛОСКОМ НАКЛОННОМ КАНАЛЕ

В настоящее время широкое использование гидравлических систем с отрывным течением гидросмеси сдерживается в связи с отсутствием обоснованных методов их расчета, что связано с необходимостью построения численно-аналитических моделей процессов движения монофазных сред и отражено в настоящей статье.

Рассмотрим течение гидросмеси в канале, где имеет место неравномерное противоточное движение двухслойного течения вязкой жидкости. При этом нами рассматривается ламинарный режим течения вязких несжимаемых жидкостей между двумя параллельными стенками. Предполагается, что течение состоит из двух слоев, в каждом из которых параметры течения не изменяются вдоль стенок.

Параметры верхнего слоя течения обозначаются нижним индексом - "1", а нижнего - индексом "2". Предполагается, что в нижнем слое более плотная жидкость, чем в верхнем. Движение обеих жидкостей происходит при заданном градиенте давления, обеспечивающем движение вверх жидкости против силы тяжести. Линию раздела слоев будем представлять как подвижную пластину, движущуюся со скоростью [1]:

$$V_w = \frac{3}{2}\frac{V_1\frac{h_2}{h_1}+V_2\frac{\mu_2}{\mu_1}}{\frac{\mu_2}{\mu_1}+\frac{h_2}{h_1}}; \qquad (1)$$

где V_i, h_i, μ_i - соответственно скорость, высота и динамический коэффициент вязкости каждого из слоев.

Предположим, что при неравномерном течении слоев жидкости изменение полной механической энергии единицы веса жидкости в каждом слое такое же, как и при равномерном [1, 2]:

$$\frac{dE_i}{dx} = -\frac{12\upsilon_i}{\pi h_i^2}V_i, \qquad i = 1,2$$
$$\frac{dQ_i}{dx} = q_i(x); \tag{2}$$

При этом предполагается, что функции $q_i(x)$ объемной плотности источников известны.

Используя соотношения:

$$h_{1_i} = D - h_i; \qquad V_i = Q_i / h_i$$

видим, что система уравнений (1) содержит неизвестные:

$$P, Q_1, Q_2, h_2$$

Исключим давление P из уравнения, получим уравнение:

$$\begin{cases} (\rho_2 - \rho_1)\sin\alpha + \rho_2 \dfrac{dK_2}{dx} - \rho_1 \dfrac{dK_1}{dx} = -\dfrac{12\mu_2}{\pi h_2^2}V_2 + \dfrac{12\mu_1}{\pi h_1^2}V_1; \\ -\dfrac{1}{\rho_i \pi}\dfrac{dP}{dx} = \sin\alpha + \dfrac{dK_i}{dx} + \dfrac{12\upsilon_{i1}}{\pi h_i^2}; \end{cases} \tag{3}$$

В этих выражениях

$$K_i = \frac{\chi_i}{2\pi V_i}; \quad \chi_i = \frac{1}{4}V_v^3 + \frac{9}{10}V_w^2 V_i + \frac{9}{5}V_w V_i^2 + \frac{54}{35}V_i^3.$$

Отсюда ясна необходимость вычисления dK/dx. Получим его значение в виде [3]:

$$\frac{dK}{dx} = -\frac{K_i}{V_i}\frac{dV_i}{dx} + \frac{1}{2V_i n}\left(r_i \frac{dV_w}{dx} + t\frac{dV_i}{dx}\right),$$

здесь R_{i} и t_i - квадратичные формулы вида:

$$r_i = \frac{3}{4}V_w^2 + \frac{18}{10}V_w V_i + \frac{9}{5}V_i^2,$$
$$t_i = \frac{9}{10}V_w^2 + \frac{18}{5}V_w V_i + \frac{162}{35}V_i^2.$$

Воспользуемся формулой для относительной скорости осредненного течения [2]

$$\frac{dV_i}{dx} = \frac{d}{dx}(V_i - \frac{1}{2}V_w) = -\frac{1}{2}\frac{dV_w}{dx} + \frac{dV_i}{dx},$$

и выражением (1). Таким образом:

$$\frac{dK_i}{dx} = \frac{1}{2\pi}\left[\sum_{j=1}^{2} a_{ij}\frac{\partial Q_j}{\partial x} + \sum_{j=1}^{2} b_{ij}\frac{\partial h_j}{\partial x}\right];$$

где

$$a_{ij} = \left(t_i - \frac{\chi_i}{V_i}\right)\frac{\delta_{ij}}{Q_i} + \left(\tau_i - \frac{1}{2}b_i\right)\frac{V_{wj}h_j}{h_i Q_i}$$

$$b_{ij} = \left(\frac{\chi_i}{V_i} - t_i\right)\frac{\delta_{ij}}{h_{ij}} + \left(r_i - \frac{1}{2}t_i\right)\cdot\left(\sum_{k=1}^{2} V_k \frac{\partial V_{wk}}{\partial h_j} - \frac{W_{wj}Q_j}{h_j^2}\right)\frac{dh_j}{Q_j}.$$

Таким образом, уравнение (3) примет вид:

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}\sin\alpha + \frac{1}{2\pi}\left(d_1^{(Q)}\frac{\partial Q_1}{\partial x} + d_2^{(Q)}\frac{\partial Q_2}{\partial x} - d_1^{(h)} - d_2^{(h)} - \frac{\partial h_2}{dx}\right) = -\frac{12\upsilon_2}{\pi h_2^2}V_2 + \frac{12\upsilon_1}{\pi h_1^2}V_1,$$

где

$$d_j^{(Q)} = \frac{\rho_2}{\rho_1}a_{2j} - a_{ij}; \qquad d_j^{(Q)} = \frac{\rho_2}{\rho_1}b_{2j} - b_{ij}.$$

При этом ρ_2, ρ_1 - соответственно плотности нижнего и верхнего слоя жидкости, α - угол наклона сепаратора.

Отсюда получаем окончательное выражение для определения параметров неравномерного течения:

$$\frac{1}{2\pi}\left(d_1^{(h(} - d_2^{(h)}\right)\frac{dh_2}{dx} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}\sin\alpha + \frac{12\upsilon_2}{nh_2^2}V_2 - \frac{12\upsilon_1}{nh_1^2}V_1 + \frac{1}{2\pi}\left(d_1^{(Q)}\frac{\partial Q_1}{\partial x} + d_{21}^{(Q)}\frac{\partial Q_2}{\partial x}\right).$$

Полученное уравнение учитывает гравитационные силы кинематические факторы (скорость, вязкость) во втором и третьем слагаемых, которые учитывают силы трения, а также динамические факторы изменения расходов в слоях. При равенстве нулю левой части уравнение (4) переходит в уравнение равномерного двухслойного течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шрайбер А.А., Милютин В.М., Яценко В.П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом. - Киев: Наукова думка, 1980. - 250 с

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1970. - 735 с

3. Соу С. Гидродинамика многофазных сред. - М.: Мир, 1971. - 360 с.